UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2010-2011**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.
CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la región S acotada plana definida por las cinco condiciones siguientes:

$$x + 2y \leq 4 \quad ; \quad x - 2y \leq 4 \quad ; \quad 2x - 3y \geq -6 \quad ; \quad 2x + 3y \geq -6 \quad ; \quad x \leq 2$$

a) Dibújese S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 2x + y$ en la región S y especifíquense los puntos de S en los cuales se alcanzan dichos valores máximo y mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por: $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{x^2+1}$.
a) Determínense las asíntotas de f. Calcúlense los extremos relativos de f.
b) Represéntese gráficamente la función f.
c) Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f, la recta horizontal $y = 1$, la recta vertical $x = 1$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la probabilidad de que nazca una niña es 0,49 y la probabilidad de que nazca un niño es 0,51. Una familia tiene dos hijos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean niños, condicionada porque el segundo sea niño?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean niños, condicionada porque al menos uno sea niño?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que la presión diastólica en una determinada población se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 98 mm y desviación típica 15 mm. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 9.
a) Calcúlese la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 100 mm.
b) Si se sabe que la media muestral es mayor que 100 mm, ¿cuál es la probabilidad de que sea también menor que 104 mm?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix} \quad ; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcúlense a, b para que se verifique la igualdad $AB = BA$.
b) Calcúlense c, d para que se verifique la igualdad $A^2 + cA + dI = O$.
c) Calcúlense todas las soluciones del sistema lineal:

$$(A - I)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera un rectángulo R de lados x, y.
a) Si el perímetro de R es igual a 12 m, calcúlense x, y para que el área de R sea máxima y calcúlese el valor de dicha área máxima.
b) Si el área de R es igual a 36 m^2, calcúlense x, y para que el perímetro de R sea mínimo y calcúlese el valor de dicho perímetro mínimo.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se dispone de tres urnas, A, B y C. La urna A contiene 1 bola blanca y 2 bolas negras, la urna B contiene 2 bolas blancas y 1 bola negra y la urna C contiene 3 bolas blancas y 3 bolas negras. Se lanza un dado equilibrado y si sale 1,2 o 3 se escoge la urna A, si sale el 4 se escoge la urna B y si sale 5 o 6 se elige la urna C. A continuación, se extrae una bola de la urna elegida.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
b) Si se sabe que la bola extraída ha sido blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola haya sido extraída de la urna C?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Para determinar el coeficiente de inteligencia θ de una persona se le hace contestar un conjunto de tests y se obtiene la media de sus puntuaciones. Se supone que la calificación de cada test se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media θ y desviación típica 10.
a) Para una muestra aleatoria simple de 9 tests, se ha obtenido una media muestral igual a 110. Determínese un intervalo de confianza para θ al 95 %.
b) ¿Cuál es el número mínimo de tests que debería realizar la persona para que el valor absoluto del error en la estimación de su coeficiente de inteligencia sea menor o igual que 5, con el mismo nivel de confianza?